

## Präsenzübungen zu Analysis I

### Blatt 5 - Woche vom 9.-13.5.2011

17. Beweisen Sie folgende Aussagen.

- (a) Jedes beschränkte Intervall in  $\mathbb{R}$  mit größtem Element und ohne kleinstes Element hat die Form

$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}.$$

- (b) Jedes von unten beschränkte und von oben unbeschränkte Intervall in  $\mathbb{R}$  mit kleinstem Element hat die Form

$$[a, \infty[ = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}.$$

18. Zeigen Sie, dass für positive reelle Zahlen  $x$  und  $y$  und natürliche Zahlen  $n$  gilt

$$\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}.$$

19. Zeigen Sie, dass zwischen zwei verschiedenen reellen Zahlen immer eine rationale Zahl und immer eine irrationale Zahl liegt.

20. Es sei  $M$  eine Teilmenge von  $\mathbb{R}$  mit positiver unterer Schranke und

$$N = \{x^{-1} \mid x \in M\}.$$

Zeigen Sie, dass  $N$  von oben beschränkt ist und dass

$$\sup N = (\inf M)^{-1}.$$