

Präsenzübungen zu Analysis I

Blatt 9 - Woche vom 6.6.-10.6.2011

33. Wir definieren für natürliche Zahlen $m \neq 0$ und $n \neq 0$

$$x_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{m^2 - n^2}, & \text{falls } m \neq n, \\ 0 & \text{falls } m = n. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass

$$\sum_{m=1}^{\infty} x_{mn} = \frac{3}{4n^2}$$

und folglich

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} x_{mn} \neq \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} x_{mn}.$$

34. Finden Sie für ein vorgegebenes $c \in \mathbb{C}$ die Koeffizienten in der Reihenentwicklung

$$\exp z = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - c)^n.$$

35. Beweisen Sie direkt anhand der Definition: Sind zwei Funktionen an einer Stelle stetig, so auch ihre Summe.

36. Zeigen Sie, dass die durch

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}$$

definierte Funktion auf \mathbb{R} überall unstetig ist.