

## Übungen zu Analysis C

### Blatt 5 - Abgabe bis 9.5.2007

21. Zeigen Sie: Eine Korrespondenz  $f : X \rightarrow Y$  ist genau dann oberhalbstetig (in jedem Punkt von  $X$ ), wenn für jede offene Menge  $V \subseteq Y$  die Menge

$$\{x \in X \mid f(x) \subseteq V\}$$

offen in  $X$  ist.

22. Welche der folgenden Korrespondenzen  $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$  ist abgeschlossen, oberhalbstetig, konvexwertig? Finden Sie jeweils alle Fixpunkte und skizzieren Sie den Graphen.

$$f(x) = \begin{cases} [(1-x)/2, 1-x/2] & \text{falls } x \neq 1/2, \\ \{1/2\} & \text{falls } x = 1/2, \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \{1-x/2\} & \text{falls } x < 1/2, \\ \{1/4, 3/4\} & \text{falls } x = 1/2, \\ \{(1-x)/2\} & \text{falls } x > 1/2, \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} (0, 1], & \text{falls } x = 0, \\ \{x/2\} & \text{falls } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

23. Es seien  $f_1 : X_1 \rightarrow Y_1$  und  $f_2 : X_2 \rightarrow Y_2$  abgeschlossene konvexwertige Korrespondenzen. Zeigen Sie, dass dann durch  $f(x_1, x_2) = f_1(x_1) \times f_2(x_2)$  eine abgeschlossene konvexwertige Korrespondenz  $f : X_1 \times X_2 \rightarrow Y_1 \times Y_2$  gegeben ist.
24. Zeigen Sie, dass für eine abgeschlossene Korrespondenz  $f : X \rightarrow Y$  und kompaktes  $X$  die Menge  $\bigcup_{x \in X} f(x)$  abgeschlossen ist.
- 25.\* Es sei  $f : X \rightarrow Y$  eine oberhalbstetige Korrespondenz, so dass  $f(x)$  für jedes  $x \in X$  abgeschlossen ist. Zeigen Sie, dass  $f$  abgeschlossen ist. Belegen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass die Umkehrung nicht richtig ist.