Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann

SS 2008

Übungen zu Spezielle Aspekte der Analysis

Blatt 12 - Abgabe bis 3.6.2008

56. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion
$$f(x,y) = \sqrt{\ln(x^2+y^2)}$$
an der Stelle $(2,3)$ bezüglich des Vektors $(-1,2)$.

57. Finden Sie alle stationären Punkte der Funktion
$$f(x,y) = x^2 e^{xy} + y^2.$$

58. Bestimmen Sie unter allen stetig differenzierbaren Funktionen x auf $[\pi, 2\pi]$ mit den Eigenschaften $x(\pi) = 3\pi$, $x(2\pi) = 6\pi$ diejenige mit dem kleinsten Wert von
$$\int_\pi^{2\pi} \left(\frac{\dot{x}^2}{t} + 2x\cos t \right) dt$$
unter der Annahme, dass sie existiert.
Hinweis: Lösen Sie die Eulersche Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten.

59. Bestimmen Sie unter allen stetig differenzierbaren Funktionen x auf $[1,2]$ mit den Eigenschaften $x(1) = 4$, $x(2) = 9$ diejenige mit dem kleinsten Wert von
$$\int_1^2 x\dot{x}^2 dt$$
unter der Annahme, dass sie existiert.
Hinweis: Dividieren sie beide Seiten der Eulerschen Differentialgleichung durch $x\dot{x}$.

60.* Bestimmen Sie unter allen stetig differenzierbaren Funktionen x auf $[0,2]$ mit den Eigenschaften
$$x(0) = -1, \qquad x(1) = \ln(1+\sqrt{2}) - \sqrt{2}$$
diejenige mit dem kleinsten Wert von
$$\int_0^1 (x + \cosh \dot{x})\, dt$$
unter der Annahme, dass sie existiert.