

Übungen zu Spezielle Aspekte der Analysis

Blatt 6 - Abgabe bis 22.5.2008

26. Zeigen Sie, dass für $t = \tan \frac{x}{2}$ gilt

$$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad \sin x = \frac{2t}{1 + t^2}.$$

Berechnen Sie mit Hilfe dieser Substitution das Integral

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + \sin x + 2 \cos x}.$$

27. Finden Sie eine Lipschitz-Konstante für die Funktion

$$g(t) = \int_0^1 \sin(tx^3) dx,$$

die auf der gesamten Zahlengeraden definiert ist.

28. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x, y, z) = e^{xy} \ln(x + \sqrt{z})$$

nach x , nach y und nach z .

29. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$g(t) = \int_0^1 \ln(e^x + t) dx,$$

die für $t > -1$ definiert ist, und begründen Sie ihre Existenz.

30.* Finden Sie ein Beispiel für eine stetige Funktion auf $[0, 1]$, die nicht Lipschitz-stetig ist.