

## Übungen zu Spezielle Aspekte der Analysis

### Blatt 9 - Abgabe bis 12.6.2008

41. Finden Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen

(a)  $x^2 y' + y = 1,$

(b)  $y' \cos x + \sin 2x = y \sin x, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}.$

42. Finden Sie die Lösungen der Differentialgleichungen

(a)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 3x = 0$

(b)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0$

jeweils mit den Anfangswerten  $x(\pi) = 0$  und  $\dot{x}(\pi) = -2$ .

43. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \sin \omega t,$$

wobei  $\omega > 0$ .

Hinweis: Suchen Sie zunächst eine partikuläre Lösung mit dem Ansatz

$$x = t(a \cos \omega t + b \sin \omega t).$$

44. Zeigen Sie, dass für zwei beliebige Lösungen  $y_1$  und  $y_2$  einer homogenen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung die Funktion

$$y_1' y_2 - y_1 y_2'$$

konstant ist. (*Achtung: Aufgabe ist falsch gestellt.*)

45.\* Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2x}}}.$$