Universität Bielefeld WS 2012/13
Prof. W. Hoffmann

Diskrete Mathematik

Übungsaufgaben, Blatt 3 - Abgabe bis 2.11.12

11. Zeigen Sie, dass es 56 mögliche Ergebnisse gibt, wenn drei ununterscheidbare Würfel geworfen werden. Wieviele mögliche Ergebnisse gibt es bei n Würfeln?

12. Beweisen Sie unter Benutzung der Identität $(1+x)^m(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$ die Gleichung

$$\binom{m+n}{r} = \binom{m}{0}\binom{n}{r} + \binom{m}{1}\binom{n}{r-1} + \cdots + \binom{m}{r}\binom{n}{0}$$

für nichtnegative ganze Zahlen $m \geq r$ und $n \geq r$.

13. In einer Gruppe von 70 Studenten sprechen 45 Englisch, 37 Französisch und 22 beide Sprachen. Wieviele sprechen keine von beiden Sprachen? Wenn außerdem 16 Studenten Russisch sprechen, von denen 5 auch Englisch, 7 auch Französisch und 4 alle drei Sprachen sprechen, wieviele sprechen dann keine der drei Sprachen?

14. Auf wieviele Arten kann man die Buchstaben E, H, I, R, S, W zu einem Wort zusammenstellen, das weder WIR noch IHR noch SIE enthält in dem Sinne, dass keines dieser drei Wörter nach geeignetem Streichen von Buchstaben zurückbleibt. Also z. B. RSEWIH, aber nicht RSWIHE.

15.* Zeigen Sie, dass die Anzahl der Derangements einer n-elementigen Menge, in denen ein festgehaltenes Element x zu einem Zweierzyklus gehört, gleich $(n-1)d_{n-2}$ ist. Folgern Sie daraus die Rekursionsformel

$$d_n = (n-1)(d_{n-1} + d_{n-2})$$

für die Anzahl d_n der Derangements einer n-elementigen Menge.