

## Diskrete Mathematik

### Übungsaufgaben, Blatt 4 - Abgabe bis 9.11.12

16. Finden Sie für jeden der folgenden Werte  $(v, k, r)$  ein Design mit diesen Parametern oder erklären Sie, warum ein solches nicht existiert.

- |       |             |      |             |
|-------|-------------|------|-------------|
| (i)   | $(6, 3, 2)$ | (ii) | $(5, 2, 1)$ |
| (iii) | $(7, 4, 4)$ | (iv) | $(9, 6, 4)$ |

17. Es sei  $\mathcal{B} = \{B_1, \dots, B_b\}$  ein Design bestehend aus  $b$  Teilmengen einer Menge  $X$ . Wir bezeichnen mit  $\mathcal{B}'$  die Menge der Komplemente  $\bar{B} = X \setminus B$  der Blöcke aus  $\mathcal{B}$  und mit  $\mathcal{B}''$  die Menge der Teilmengen  $C_x = \{i \mid x \in B_i\}$  von  $\{1, \dots, b\}$ . Zeigen Sie, dass sowohl  $\mathcal{B}'$  als auch  $\mathcal{B}''$  Designs sind, und drücken sie ihre Parameter durch die Parameter  $(v, k, r)$  von  $\mathcal{B}$  aus.

18. Gegeben die Tatsache, dass ein 5-Design mit den Parametern  $v = 12$ ,  $k = 6$  und  $r_5 = 1$  existiert, finden Sie die Werte von  $r_4$ ,  $r_3$ ,  $r_2$ ,  $r_1$  und  $b$ .

19. Ein 2-Design mit  $k = 3$  und  $r_2 = 1$  wird Steinersches Tripelsystem (STS) genannt. Stellen Sie fest, für welche  $v$  im Bereich  $3 \leq v \leq 12$  ein STS mit  $v$  Varietäten existieren kann, und finden Sie ein Beispiel in diesen Fällen.

20.\* Fünfzehn junge Damen in einer Schule spazieren zu dritt nebeneinander an sieben aufeinanderfolgenden Tagen. Man ordne sie täglich so an, dass keine zwei von ihnen mehrmals in derselben Dreierreihe gehen. (Aufgabe von Ehrwürden T. P. Kirkman, 1850)

Hinweis: Die Lösung hängt mit einem STS mit 15 Varietäten zusammen, das man mit Hilfe von Aufgabe 11.8.8 aus dem Buch von Biggs konstruieren kann.