

Diskrete Mathematik

Übungsaufgaben, Blatt 5 - Abgabe bis 16.11.12

21. Beweisen Sie folgende Formeln für Stirlingzahlen zweiter Art, indem Sie sie kombinatorisch interpretieren:

$$S(n, 2) = 2^{n-1} - 1, \quad S(n, n-1) = \binom{n}{2}.$$

22. Wir betrachten folgende Substitutionen in Wörtern der Länge 3 über dem Alphabet $\{A, B, C\}$: AB kann gegen BC ausgetauscht werden, AC gegen CB und AA gegen BA (oder jeweils umgekehrt). Zwei Wörter heißen äquivalent, wenn sie gleich sind oder eines aus dem anderen durch eine Folge der oben genannten Substitutionen hervorgeht. Geben Sie die Äquivalenzklassen von Wörtern an.

23. Wieviele verschiedene Wörter kann man durch Permutation der Buchstaben aus MISSISSIPPI bilden? (Die Wörter brauchen keinen Sinn zu haben.)

24. Zeigen Sie, dass für beliebige natürliche Zahlen a, b und c mit $a + b + c = n$ gilt

$$\binom{n}{a, b, c} = \binom{n-1}{a-1, b, c} + \binom{n-1}{a, b-1, c} + \binom{n-1}{a, b, c-1}.$$

Geben Sie eine analoge Formel für allgemeine Multinomialzahlen an.

- 25.* Zeigen Sie durch Inklusion/Exklusion, dass die Anzahl der surjektiven Abbildungen einer Menge mit n Elementen auf eine Menge mit k Elementen gleich

$$\left(x \frac{d}{dx} \right)^n (x-1)^k \Big|_{x=1}$$

ist.