

## Diskrete Mathematik

### Übungsaufgaben, Blatt 6 - Abgabe bis 23.11.12

26. Beweisen Sie, dass für die Zahl  $p_k(n)$  der Partitionen von  $n$  in  $k$  Summanden folgende Rekursionsformel für  $n > k \geq 1$  gilt:

$$p_k(n) = p_k(n - k) + p_{k-1}(n - k) + \dots + p_1(n - k).$$

27. Es seien  $n$  und  $k$  positive ganze Zahlen. Wieviele Typen von Permutationen  $\pi \in S_n$  mit folgender Eigenschaft gibt es: Ist  $m$  eine ganze Zahl und hat  $\pi^m$  einen Fixpunkt, so gilt  $k \mid m$ .

Wieviele Permutationen mit dieser Eigenschaft gibt es im Fall  $n = 9, k = 3$ ?

28. Finden Sie eine Lösung in ganzen Zahlen für folgende Gleichungen oder begründen sie, warum keine Lösung existiert.

$$(a) \quad 221x + 323y = 210, \quad (b) \quad 325x + 26y = 91.$$

29. Ein Gefängniswärter trifft ein „gentlemen's agreement“ mit den Insassen seiner  $n$  Zellen, dass sie während der  $n$  Tage des folgenden Experiments in ihren Zellen verbleiben: Am ersten Tag öffnet er sämtliche Türschlösser. Am zweiten Tag dreht er den Schlüssel in jedem zweiten Schloss, am dritten Tag in jedem dritten Schloss usw. Bei jeder Schlüsseldrehung wird ein offenes Schloss verschlossen bzw. ein verschlossenes geöffnet. Nach dem  $n$ ten Tag dürfen die Gefangenen aus den offenen Zellen gehen.

Welche Gefangenen kommen frei? Begründen Sie Ihre Antwort.

- 30.\* Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$x^2 + y^2 - 3z^2 - 3t^2 = 0$$

nur eine ganzzahlige Lösung hat, nämlich  $x = y = z = t = 0$ .