

Diskrete Mathematik

Übungsaufgaben, Blatt 7 - Abgabe bis 30.11.12

31. Finden Sie den Rest von 19^{135} bei Division durch 13 und den Rest von 2^{1024} bei Division durch 7.
32. Finden Sie das Inverse
- (a) von $[5]_{11}$ in \mathbb{Z}_{11} ,
 - (b) von $[8]_{15}$ in \mathbb{Z}_{15} ,
 - (c) von $[25]_{43}$ in \mathbb{Z}_{43} ,
 - (d) von $[123]_{257}$ in \mathbb{Z}_{257} .

33. Es sei $f(x)$ ein Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten und p eine Primzahl. Zeigen Sie, dass für alle ganzen Zahlen a gilt

$$a^{f(p)} \equiv a^{f(1)} \pmod{p}.$$

34. Zeigen Sie durch Abzählen, dass für jede Primzahl p und jede natürliche Zahl m gilt

$$\varphi(p^m) = p^m - p^{m-1}$$

(Eulersche φ -Funktion).

- 35.* Geben Sie alle durch 7 teilbaren natürlichen Zahlen an, in deren Dezimaldarstellung nur die Ziffer 1 vorkommt. Begründen Sie, warum es keine weiteren gibt.