

Diskrete Mathematik

Übungsaufgaben, Blatt 9 - Abgabe bis 14.12.12

41. Wieviele Fehler kann ein Code aus 5 Codewörtern der Länge 6 höchstens korrigieren? Konstruieren Sie einen Code, der dieses Maximum erreicht. Kann er linear sein? Kann er perfekt sein?
42. Es sei C die Menge aller Codewörter der Länge n mit geradem Gewicht. Zeigen Sie, dass C ein linearer Code ist, und bestimmen Sie seine Dimension. Geben Sie eine Kontrollmatrix an.
43. Der Code C sei durch die Kontrollmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Korrigieren Sie folgende empfangene Wörter unter der Annahme, dass höchstens ein Fehler aufgetreten ist:

$$110101, \quad 101010, \quad 011010.$$

Wieviele Wörter gibt es, die nicht durch Änderung von höchstens einem Bit korrigiert werden können?

44. Ergänzen Sie die Menge von Codewörtern

$$\{00000, 10110, 11011\}$$

zu einem linearen Code. Finden Sie eine Kontrollmatrix für diesen Code.

- 45.* Es sei C die Menge der Codewörter vom Gewicht 3 in einem Hamming-Code der Länge $2^r - 1$. Für jedes $c \in C$ sei B die Menge aller Indizes i mit der Eigenschaft $c_i = 1$. Zeigen Sie, dass die so entstehenden Blöcke B ein Steinerisches Tripelsystem in $\{1, 2, \dots, 2^r - 1\}$ bilden.