

Diskrete Mathematik
Präsenzaufgaben, Blatt 12

45. Zählen Sie die selbstkonjugierten Partitionen der Zahl 20 auf.
(Benutzen Sie die Beziehung zu Partitionen in ungleiche ungerade Teile.)

46. Berechnen Sie den Koeffizienten von x^9 in der formalen Potenzreihe

$$\frac{1}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)}$$

und interpretieren Sie ihn als Anzahl der Partitionen von 9 mit gewissen Eigenschaften. Finden Sie diese Partitionen.

47. Beweisen Sie die Gleichheit von formalen Potenzreihen

$$(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)\cdots(1+x^{2^m})\cdots = 1.$$

Folgern Sie, dass

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)\cdots$$

und dass sich somit jede natürliche Zahl auf genau eine Weise als Summe verschiedener Zweierpotenzen schreiben lässt.

48. Es sei $a_m = \frac{m(3m-1)}{2}$ die m te Pentagonalzahl. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass a_{-m} gleich der Anzahl der Spielkarten in einem Kartenhaus der Basislänge m ist.