

**Diskrete Mathematik**  
**Präsenzaufgaben, Blatt 7**

25. Finden Sie alle Lösungen der Kongruenz

$$x^2 - x - 1 \equiv 0 \pmod{11}.$$

26. Welche der folgenden Mengen sind Differenzenfamilien?

- (a)  $\{2, 3, 5, 11\}$  in  $\mathbb{Z}_{13}$ ,
- (b)  $\{0, 1, 3, 5\}$  in  $\mathbb{Z}_{13}$ ,
- (c)  $\{3, 6, 7, 12, 14\}$  in  $\mathbb{Z}_{21}$ .

27. Bestimmen Sie die quadratischen Reste in  $\mathbb{Z}_7$ . Prüfen Sie nach, dass sie tatsächlich eine Differenzenfamilie bilden.

Konstruieren Sie daraus ein 2-Design. Vergleichen Sie es mit dem aus Aufgabe 19.

28. Es sei  $p$  eine Primzahl. Für jede ganze Zahl  $a$  definieren wir das Legendre-Symbol

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \begin{cases} 1, & \text{falls } [a]_p \text{ ein Quadrat in } \mathbb{Z}_p \setminus \{[0]_p\} \text{ ist,} \\ -1, & \text{falls } [a]_p \text{ ein Nichtquadrat in } \mathbb{Z}_p \setminus \{[0]_p\} \text{ ist,} \\ 0, & \text{falls } [a]_p = [0]_p, \end{cases}$$

gelesen „ $a$  für  $p$ “ oder  $a$  nach  $p$ . Zeigen Sie, dass für ganze Zahlen  $a$  und  $b$  gilt

$$\left(\frac{ab}{p}\right) = \left(\frac{a}{p}\right) \left(\frac{b}{p}\right).$$