Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann WS 2012/13

Diskrete Mathematik

Präsenzaufgaben, Blatt 9

33. Zeigen Sie, dass in $\mathbb{Z}_{15}[x]$ gilt

$$(x+1)(x+14) = (x+4)(x+11).$$

Sind die Faktoren irreduzibel?

34. Dividieren Sie mit Rest

$$x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 2 \qquad \text{durch} \qquad x^2 + 2x + 3$$

im Ring $\mathbb{Z}_5[x]$.

35. Es seien I und J Ideale in einem kommutativen Ring R, z. B. $R = \mathbb{Z}$ oder $R = \mathbb{Z}_2[x]$. Zeigen Sie, dass $I \cap J$ sowie

$$I \cdot J = \{x + y \mid x \in I,\, y \in J\},$$
$$I + J = \{x + y \mid x \in I,\, y \in J\}$$

Ideale sind.

36. Es seien a und b ganze Zahlen und

$$\langle a \rangle = \{x \cdot a \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

das von a erzeugte Ideal. Zeigen Sie, dass

$$\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle = \langle a \cdot b \rangle, \qquad \langle a \rangle \cap \langle b \rangle = \langle \mathrm{kgV}(a,b) \rangle, \qquad \langle a \rangle + \langle b \rangle = \langle \mathrm{ggT}(a,b) \rangle.$$