

Übungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 1 - Abgabe bis 10.4.2012

1. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen

$$y' = \frac{1+y^2}{\cos^2 x}, \quad y' = \frac{x}{y} \exp(x^2 + y^2).$$

2. Bestimmen Sie die Lösungen f der folgenden Differentialgleichungen, die jeweils den angegebenen Anfangsbedingungen genügen.

$$y' = \frac{y}{\sqrt{x^2+1}}, \quad f(0) = 0;$$
$$y' = (1-y^2) \ln x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$$

3. Bestimmen sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen

$$y' = e^x - \frac{y}{x}, \quad y' = 2y \cot x + 1.$$

4. Bestimmen Sie die Lösung f der Differentialgleichung

$$y' = \frac{3y}{2x} + \sqrt{x} \cos x - \frac{1}{\sqrt{x}} \sin x,$$

die der Anfangsbedingung $f(\pi) = \pi^2$ genügt.
(Hinweis: partielle Integration.)

- 5.* Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}.$$

Drücken Sie diese ohne Verwendung von Winkelfunktionen und hyperbolischen Funktionen aus. Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich jeder Lösung an. Unterscheiden Sie dabei die Fälle $|x| < 1$ und $|x| > 1$.