

Übungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 2 - Abgabe bis 17.4.2012

6. Finden Sie die Lösung f der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' - \left(x - \frac{1}{x}\right)y - \frac{x}{y} = 0,$$

die der Anfangsbedingung $f(1) = -1$ genügt.

7. Finden Sie die allgemeine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung

$$y' = (1 - x)y^2 + (2x - 1)y - x.$$

Hinweis: Sie hat eine konstante Lösung.

8. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$xy' = y - \sqrt{x^2 - y^2}$$

durch eine geeignete Substitution.

9. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \frac{y - 1}{x + 2} + \sin \frac{x + y + 1}{x + 2}.$$

- 10.* Es seien g und h stetige Funktionen auf einem Intervall I und $\alpha \geq 2$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie ohne Verwendung eines Eindeutigkeitssatzes, dass jede Lösung der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' + g(x)y + h(x)y^\alpha = 0$$

mit einer Nullstelle notwendigerweise konstant gleich Null ist.