

## Zweite Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Finden Sie die allgemeine Lösung der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' + \frac{y}{\sqrt{x^2 + 1}} + y^2 = 0.$$

Hinweis: Machen Sie bei der Variation der Konstanten durch geeignetes Erweitern den Nenner rational und benutzen Sie dann die Substitution  $x = \sinh u$  oder partielle Integration.

2. Finden Sie alle Picard-Iterierten  $f_k$  für die folgenden Differentialgleichungen und die Anfangsbedingung  $f(0) = 1$ , jeweils beginnend mit  $f_0(x) = 1$ .

$$(a) \quad y' = x + y \qquad (b) \quad y' = 2x$$

Beweisen Sie Ihre Behauptung im Fall (a) durch vollständige Induktion.

3. Finden Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 5x - 4y - 3e^t \\ \dot{y} &= 4x - 3y - 4e^t \end{aligned}$$

mit den Anfangswerten  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ .

4. Stellen Sie fest, ob die Nulllösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x - y + xy \sin t \\ \dot{y} &= x - y + xy \cos t \end{aligned}$$

für  $t \rightarrow \infty$  asymptotisch stabil ist. Formulieren Sie den verwendeten Satz.