

Präsenzübungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 11 – Woche vom 20.-26.6.2012

41. Es sei f die maximale Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \sqrt{x^2 + y} - \sqrt{x^2 - y}$$

mit dem Anfangswert $f(1) = c$. Finden Sie $\partial_c f$ für $c = 0$.

42. Es sei f die maximale Lösung der Differentialgleichung

$$y' = 4zx - y^2$$

mit dem Anfangswert $f(1) = 1$. Finden Sie $\partial_z f$ für den Parameter $z = 0$.

43. Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = F(x, y),$$

wobei F auf einer offenen Teilmenge D von \mathbb{R}^2 stetig differenzierbar ist, mit der Anfangsbedingung $f(a) = b$. Zeigen Sie, dass die maximale Lösung f stetig von (a, b, x) abhängt.

Hinweis: Führen Sie das Problem auf eine Differentialgleichung mit dem Parameter a zurück.

44. Finden Sie unter Benutzung der vorigen Aufgabe $\partial_a f$ an der Stelle $a = 0$ für die Lösung f von

$$y' = x^3 - y^3 + 1$$

mit dem Anfangswert $f(a) = 0$. (Hinweis: Die Lösung für $a = 0$ ist $f(x) = x$.)