

Präsenzübungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 3 – Woche vom 25.-30.4.2012

9. Zeigen Sie, dass für alle $x > 0$ und $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{j=k}^{\infty} \frac{x^j}{j!} \leq \frac{x^k}{k!} e^x.$$

10. Prüfen Sie nach, ob es eine Lösung des homogenen linearen Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= -xy_1 + (x+1)y_2 \\ y_2' &= (x+1)y_1 - xy_2 \end{aligned}$$

mit der Eigenschaft $y_1 = y_2$ gibt und, wenn ja, finden Sie eine zweite linear unabhängige Lösung.

11. Finden Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen linearen Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= -xy_1 + (x+1)y_2 + e^x - 2x - 1 \\ y_2' &= (x+1)y_1 - xy_2 + e^x + 2x + 1 \end{aligned}$$

12. Finden Sie ein homogenes lineares Differentialgleichungssystem mit der Fundamentalmatrix

$$\begin{pmatrix} 1+x & x^2 \\ -1 & 1-x \end{pmatrix}.$$