

Präsenzübungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 4 – Woche vom 2.-8.5.2012

13. Es seien $G(x)$ und $H(x)$ Fundamentalmatrizen des homogenen linearen Gleichungssystems

$$y' = A(x)y.$$

Zeigen Sie, dass $G(x)^{-1}H(x)$ nicht von x abhängt.

14. Finden Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= \frac{y_1}{\sin 2x} + \frac{y_2}{1 + \cos 2x} - \frac{\cos x}{\sin^3 x} \\ y_2' &= \frac{y_1}{1 - \cos 2x} - \frac{y_2}{\sin 2x} - \frac{\sin x}{\cos^3 x} \end{aligned}$$

auf dem Intervall $]0, \pi/2[$.

Hinweis: Suchen Sie nach Lösungen des zugehörigen homogenen Gleichungssystems, bei denen y_1 oder y_2 konstant ist.

15. Es sei $G(x)$ eine Fundamentalmatrix des homogenen linearen Gleichungssystems

$$y' = A(x)y.$$

Zeigen Sie, dass $H(x) = (G(x)^{-1})^\top$ eine Fundamentalmatrix des linearen Gleichungssystems

$$z' = -A(x)^\top z$$

ist.

16. Finden Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 + xy_2 \\ y_2' &= -\frac{y_1}{x^3} + y_2 \end{aligned}$$

Hinweis: Stellen Sie fest, ob es eine Lösung mit der Eigenschaft $y_1 = x^2 y_2$ gibt, und bestimmen Sie diese.