

## Präsenzübungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

### Blatt 5 – Woche vom 9.-15.5.2012

17. Es seien  $X$  und  $Y$  metrische Räume.
- (a) Zeigen Sie, dass jedes Element einer gleichgradig stetigen Menge von Abbildungen  $X \rightarrow Y$  gleichmäßig stetig ist.
  - (b) Zeigen Sie, dass jede endliche Menge von gleichmäßig stetigen Abbildungen  $X \rightarrow Y$  gleichgradig stetig ist.
18. Es sei  $f_k : X \rightarrow Y$  eine gleichmäßig konvergente Folge von Abbildungen und  $g : Y \rightarrow Z$  eine gleichmäßig stetige Abbildung, wobei  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  metrische Räume sind. Zeigen Sie, dass die Folge der Abbildungen  $g \circ f_k$  gleichmäßig konvergent ist.
19. Es sei  $V$  ein endlichdimensionaler Vektorraum,  $x_1 \neq x_2$  reelle Zahlen und  $f : \mathbb{R} \rightarrow V$  eine (nicht notwendig homogene) lineare Funktion (besser gesagt, eine affine Abbildung), wobei  $f(x_1) = y_1$  und  $f(x_2) = y_2$ . Finden Sie eine Formel für  $f(x)$ .
20. Finden Sie die Picard-Iterierten  $f_k$  für die Differentialgleichung

$$y' = 2x - \sqrt{\max\{y, 0\}}$$

und die Anfangsbedingung  $f(0) = 0$ , beginnend mit  $f_0(x) = 0$ .