Universität Bielefeld SS 2012
Prof. W. Hoffmann

Präsenzübungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen

Blatt 9 – Woche vom 6.-12.6.2012

33. Es sei V ein endlichdimensionaler komplexer Vektorraum, $k \in \mathbb{N}$ und $C \in \operatorname{End}(V)$ invertierbar, so dass C^k den Eigenwert 1 besitzt. Zeigen Sie, dass C einen Eigenwert λ mit der Eigenschaft $\lambda^k = 1$ besitzt. Geben Sie ein Beispiel, in dem nicht jeder Eigenvektor von C^k zum Eigenwert 1 auch Eigenvektor von C ist.

34. Die Potenzreihen
$$f(z) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i z^i, \qquad g(w) = \sum_{j=0}^{\infty} b_j w^j$$
seien in einer Umgebung von 0 in $\mathbb{C}$ konvergent, und es sei
$$g(f(w)) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k w^k.$$
Drücken Sie c_k für $k \leq 3$ durch die Koeffizienten a_i und b_j aus.

35. Es sei I ein Intervall, $p \in C^1(I)$ und $q \in C(I)$. Wir setzen für $f \in C^2(I)$
$$Df(x) = p(x)f''(x) + p'(x)f'(x) + q(x)f(x).$$
Zeigen Sie: Ist W die Wronski-Matrix der Funktionen f, $g \in C^2(I)$, so gilt
$$fDg - gDf = (p \det W)'.$$

36. Bringen Sie die Differentialgleichung
$$y'' + \frac{y' + y}{\sqrt{x^2+1}} = 0$$
auf die Form
$$p(x)y'' + p'(x)y' + q(x)y = 0$$
und zeigen Sie, dass jede Lösung unendlich viele Nullstellen besitzt.