

Übungen zu Quadratischen Formen

Blatt 1 - Abgabe bis 21.4.2010

1. Bringen Sie den Term

$$xyz(x^2y^2z^2+x^3+y^3+z^3)-(x^3+1)(y^3+1)(z^3+1)-(x^2-yz)(y^2-xz)(z^2-xy)$$

in Standardform.

2. Stellen Sie fest, ob die beiden Terme

$$(x^2+xy+y)(xy-y^2-x) \quad \text{und} \quad xy(x+y-1)(x-y+1)-(x^2+y^2)(x+y)$$

äquivalent sind.

3. Wir betrachten die Menge $R = \{g, u, v, w\}$ mit folgenden Operationen:

+	g	u	v	w
g	g	u	v	w
u	u	g	w	v
v	v	w	g	u
w	w	v	u	g

·	g	u	v	w
g	g	g	g	g
u	g	u	v	w
v	g	v	w	u
w	g	w	u	v

Prüfen Sie exemplarisch nach, dass R mit diesen Operationen alle Anforderungen an einen Ring erfüllt.

4. Es sei R wie in der vorangehenden Aufgabe.

- (a) Prüfen Sie nach, dass die Ausdrücke x und x^2 beim Einsetzen von Elementen des Teilringes $\{g, u\}$ den selben Wert ergeben.
 (b) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass diese Ausdrücke beim Einsetzen von Elementen des Ringes R nicht immer den selben Wert ergeben.
 (c) Prüfen Sie nach, dass die durch die Wertetabelle

x	g	u	v	w
$f(x)$	g	u	w	v

gegebene Abbildung $f : R \rightarrow R$ ein Homomorphismus von Ringen ist.

- 5.* Geben Sie Polynome $f_1(x, y, z)$, $f_2(x, y, z)$ und $f_3(x, y, z)$ an, so dass die Gleichheit von Polynomen

$$(x+t)(y+t)(z+t) = t^3 + f_1(x, y, z)t^2 + f_2(x, y, z)t + f_3(x, y, z)$$

gilt.