

## Übungen zu Quadratischen Formen

### Blatt 12 - Abgabe bis 14.7.2010

56. Finden Sie den anisotropen Kern der symmetrischen Bilinearform

$$x_1y_1 + 7x_2y_2 - 3x_3y_3 - 5x_4y_4$$

auf  $\mathbf{Q}^4$  und diagonalisieren Sie ihn.

Hinweis: Der Vektor  $(1 \ 1 \ 1 \ 1)^\top$  ist isotrop.

57. Reduzieren Sie die quadratische Form

$$41x^2 + 70xy + 30y^2.$$

58. Finden Sie eine umkehrbare lineare Substitution, die die quadratische Form

$$3x^2 - 7xy + 5y^2$$

reduziert.

59. Welche der folgenden quadratischen Formen sind über den ganzen Zahlen äquivalent?

$$17x^2 - 11xy + 2y^2, \quad 6x^2 + 9xy + 4y^2, \quad 2x^2 + 7xy + 8y^2.$$

- 60.\* Es sei  $q$  eine reduzierte positiv definite quadratische Form. Die Substitutionen  $x = x', y = y'$  und  $x = -x', y = -y'$  nennen wir trivial. Angenommen, es gibt eine nicht triviale umkehrbare ganzzahlige lineare Substitution **mit Determinante +1**, die  $q$  in sich selbst überführt. Zeigen Sie, dass  $q$  ein Vielfaches von

$$x^2 + y^2 \quad \text{oder} \quad x^2 \pm xy + y^2$$

ist.