Universität Bielefeld SS 2010
Prof. W. Hoffmann

# Übungen zu Quadratischen Formen

**Blatt 2 - Abgabe bis 28.4.2010**

6. Stellen Sie fest, ob die folgenden Polynome homogen sind, und wenn ja, von welchem Grad.

$$(x+y+z)^{2010}, \qquad (x^2+y)^2-(x^2-y)^2, \qquad (x^2+y)^2+(x^2-y)^2.$$

7. Beweisen Sie folgende Aussagen.

   (a) Die Summe zweier homogener Polynome vom Grad $k$ ist ebenfalls ein homogenes Polynom vom Grad $k$.

   (b) Das Produkt eines homogenen Polynoms vom Grad $k$ mit einem homogenen Polynom vom Grad $l$ ist ein homogenes Polynom vom Grad $k+l$.

8. (a) Wenden Sie auf die folgenden Bilinearformen die Symmetrisierung und die Spezialisierung an.

$$x_1(y_1+y_2+y_3), \qquad x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3.$$

   (b) Wenden Sie auf die folgenden quadratischen Formen die Polarisierung an.

$$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3, \qquad 7x_1^2+2x_1x_2-11x_1x_3-4x_2^2+3x_2x_3+x_3^2.$$

9. Beweisen Sie folgende Aussagen über Bilinearformen mit Koeffizienten in einem Ring $R$.

   (a) Ist die Spezialisierung einer Bilinearform gleich Null, dann auch ihre Symmetrisierung.

   (b) Ist das Element $1+1$ in $R$ invertierbar, so gilt auch die Umkehrung.

10.* Es sei $R$ ein Ring, in dem das Element $1+1$ nicht invertierbar ist. Geben Sie eine quadratische Form mit Koeffizienten in $R$ an, die nicht durch Spezialisierung aus einer Bilinearform entsteht.