Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann SS 2010

Übungen zu Quadratischen Formen

Blatt 6 - Abgabe bis 2.6.2010

26. Auf dem Vektorraum V sei eine Norm gegeben. Beweisen Sie folgende Ungleichungen.

    (a) $$\big|\|\mathbf{x}\| - \|\mathbf{y}\|\big| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$$

    (Hinweis: Beweisen Sie zunächst die Version ohne Betragsstriche durch die Substitution $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$, $\mathbf{v} = \mathbf{y}$.)

    (b) Ist l eine Linearform, so gibt es eine Zahl $C > 0$, so dass

    $$|l(\mathbf{x})| \leq C \cdot \|\mathbf{x}\|.$$

    (Hinweis: Wählen Sie eine Orthonormalbasis und verwenden Sie die Dreiecksungleichung.)

27. Es sei f eine stark differenzierbare Funktion vom Grad 1 auf einem affinen Raum A und l ihr Differential an der Stelle P. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für jede natürliche Zahl $k \geq 1$ das Differential der Funktion f^k an der Stelle P gleich $kf(P)^{k-1}l$ ist.

28. Finden Sie alle stationären Punkte der Funktion

    $$2x^3 + 2x^2y + 2xy^2 - x^2 - 2xy - 4x + 3$$

    auf $\mathbf{R}^2$.

29. Finden Sie alle stationären Punkte der Funktion

    $$(x + y + z)e^{-9xyz}$$

    auf $\mathbf{R}^3$.

30.* Es sei q eine quadratische Form auf einem endlichdimensionalen reellen Vektorraum V und s ihre Polarisierung. Zeigen Sie, dass die Funktion q an jeder Stelle von V stark differenzierbar ist und dass das Differential von q an der Stelle $\mathbf{x}$ als Linearform mit dem Argument $\mathbf{t}$ gleich $s(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ ist.