

Erste Klausur „Quadratische Formen“

Jede der vier Aufgaben wird mit 6 Punkten bewertet.

Aufgabe 1

Stellen Sie fest, welche Kurve durch die Gleichung

$$2x^2 + 6xy + 3y^2 + 2x - 1 = 0$$

definiert wird, und finden Sie ihren Mittelpunkt, falls vorhanden.

Aufgabe 2

Prüfen Sie nach, dass die Funktion

$$f(x, y) = xe^{y^2/2} + ye^{x^2/2}$$

die stationären Punkte

$$(1, -1), \quad (-1, 1)$$

hat. Stellen Sie jeweils fest, und ob dort ein lokales Extremum oder ein Sattelpunkt vorliegt. Zeigen Sie, dass es keine weiteren stationären Punkte gibt.

Hinweis: Berechnen Sie

$$\frac{\partial f}{\partial x} - xy \frac{\partial f}{\partial y}$$

und bestimmen Sie daraus den Wert von xy in einem stationären Punkt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Polarisierung b der quadratischen Form

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 - x_2x_3 + 2x_3^2.$$

Finden Sie einen von Null verschiedenen Vektor in \mathbf{Q}^3 , der bezüglich der Bilinearform b zu dem von den Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

erzeugten Unterraum orthogonal ist.

Aufgabe 4

Reduzieren Sie die quadratische Form

$$6x^2 + 17xy + 13y^2$$

und geben Sie eine reduzierende Substitution an.