Universität Bielefeld SS 2010
Prof. W. Hoffmann

Präsenzübungen zu Quadratischen Formen

Blatt 3 für die Woche vom 3.5.-7.5.2010

7. Diagonalisieren Sie die quadratische Form
$$x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2^2$$
mit Hilfe einer umkehrbaren linearen Substitution.

8. Ein reeller Vektorraum V habe die Basis $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$. Wir setzen
$$\begin{aligned}\mathbf{w}_1 &= \sqrt{2}\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1\\ \mathbf{w}_2 &= \mathbf{v}_1 + \sqrt{2}\mathbf{v}_2\end{aligned}$$
   (a) Drücken Sie $\mathbf{v}_1$ und $\mathbf{v}_2$ durch $\mathbf{w}_1$ und $\mathbf{w}_2$ aus.
   (b) Es sei $\mathbf{x}$ ein Punkt, der bezüglich der Basis $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ die Koordinaten x_1, x_2 hat. Geben Sie die Koordinaten von $\mathbf{x}$ bezüglich der Basis $\mathbf{w}_1$, $\mathbf{w}_2$ an.

9. Es sei R ein Ring. Prüfen Sie nach, dass die Menge R^2 der geordneten Paare (x_1, x_2), wobei x_1, $x_2 \in R$, mit den Operationen
$$(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2), \qquad a \cdot (x_1, x_2) = (a \cdot x_1, a \cdot x_2)$$
(für x_1, x_2, y_1, y_2, $a \in R$) ein Modul über dem Ring R ist.