

## Präsenzübungen zu Quadratischen Formen

### Blatt 8 für die Woche vom 21.6.-25.6.2010

22. Es sei  $q$  eine quadratische Form auf einem Vektorraum  $V$ . Beweisen Sie die Parallelogramm-Identität

$$q(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + q(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = 2q(\mathbf{x}) + 2q(\mathbf{y})$$

für beliebige  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$ . (Denken Sie an die Polarisierung.)

23. Die Abbildung  $h_t : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  sei bezüglich der Standardbasis durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} e^t & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{pmatrix}$$

dargestellt, wobei  $t$  eine reelle Zahl ist. Durch welche Matrix wird  $h_t$  bezüglich der Basis

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

dargestellt? Verwenden Sie die Funktionen

$$\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}, \quad \cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}.$$

Welche Additionstheoreme folgen für diese Funktionen aus der Tatsache

$$h_t \circ h_u = h_{t+u}?$$

24. Zeigen Sie, dass die Äquivalenz von quadratischen Formen eine Äquivalenzrelation ist.