

## Präsenzübungen zu Quadratischen Formen

### Blatt 9 für die Woche vom 28.6.-2.7.2010

25. Zeigen Sie, dass die Bilinearform

$$b(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1y_1 - 2x_2y_2$$

auf  $\mathbf{Q}^2$  anisotrop ist, während die durch die selbe Formel definierte Bilinearform auf  $\mathbf{R}^2$  zerfällt.

26. Prüfen Sie nach, dass der Vektor  $(7 \ -2)^\top$  bezüglich der quadratischen Form

$$12x_1y_1 + 26x_1y_2 + 26x_2y_1 + 35x_2y_2$$

isotrop ist. Finden Sie einen weiteren isotropen Vektor, der nicht Vielfaches von diesem ist.

(Hinweis: Beweis von Lemma 7.)

27. Es sei  $b$  eine symmetrische Bilinearform in  $n$  Variablen mit rationalen Koeffizienten. Angenommen, es gibt einen  $k$ -dimensionalen Unterraum  $W$  von  $\mathbf{Q}^n$ , der bezüglich  $b$  vollständig isotrop ist. Zeigen Sie, dass es dann auch einen  $k$ -dimensionalen Unterraum von  $\mathbf{R}^n$  gibt, der bezüglich  $b$  vollständig isotrop ist.

(Hinweis: Betrachten Sie eine Basis von  $W$ .)