

## Übungen zu Zählen und Zahlbereiche

### Blatt 3 - Abgabe bis 4.11.2010

11. Geben Sie alle injektiven Abbildungen der Menge  $\{a, b\}$  in die Menge  $\{r, s, t, u\}$  an.
12. Es seien  $M$  und  $N$  Mengen und  $f : M \times N \rightarrow N$  die durch

$$f(x, y) = y$$

gegebene Abbildung. Beweisen Sie folgende Aussagen.

- (a) Wenn  $M \neq \emptyset$ , dann ist  $f$  surjektiv.  
(b) Wenn  $|M| = 1$ , dann ist  $f$  bijektiv.  
(c) Wenn  $f$  injektiv ist,  $M \neq \emptyset$  und  $N \neq \emptyset$ , dann ist  $|M| = 1$ .
13. Geben Sie alle Teilmengen  $M$  der Menge  $\{a, b, c, d, e\}$  an, die die beiden Bedingungen

$$|M \cap \{a, b\}| = 1 \quad \text{und} \quad |M \cup \{b, c\}| = 4$$

erfüllen.

14. Beweisen Sie für beliebige Mengen  $K, L, M$  und  $N$ : Wenn

$$K \sim M \quad \text{und} \quad L \sim N,$$

dann ist

$$K \times L \sim M \times N,$$

wobei das Zeichen  $\sim$  die Gleichmächtigkeit bezeichnet.

- 15.\* Es sei  $f : M \rightarrow M$  eine Abbildung mit der Eigenschaft  $f \circ f = f$ . Zeigen Sie, dass ein Element  $x$  von  $M$  genau dann zum Wertebereich von  $f$  gehört, wenn  $f(x) = x$  ist.