

## Übungen zu Zählen und Zahlbereiche

### Blatt 4 - Abgabe bis 11.11.2010

16. Beweisen Sie, dass für beliebige Kardinalzahlen  $l$ ,  $m$  und  $n$  gilt

$$l \cdot (m + n) = l \cdot m + l \cdot n.$$

17. Gegeben sei eine Menge  $M$ . Wir definieren die charakteristische Funktion einer Teilmenge  $K$  von  $M$  als die Abbildung  $f : M \rightarrow \{0, 1\}$  mit der Eigenschaft  $f(x) = 1$  für  $x \in K$  und  $f(x) = 0$  für  $x \notin K$ .

Beweisen Sie folgende Aussage: Ist  $g$  die charakteristische Funktion einer weiteren Teilmenge  $L$ , so ist die durch  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$  gegebene Funktion  $h : M \rightarrow \{0, 1\}$  die charakteristische Funktion der Teilmenge  $K \cap L$ .

18. Es seien  $m$  und  $n$  Kardinalzahlen, wobei  $m \geq 2$  und  $n \geq 2$ . Zeigen Sie, dass dann  $m + n \leq m \cdot n$  ist.

Hinweis: Finden Sie eine geeignete Abbildung  $M \cup N \rightarrow M \times N$ .

19. Es sei  $M$  eine nichtleere Menge und  $f : M \rightarrow N$  eine injektive Abbildung. Finden Sie eine Abbildung  $g : N \rightarrow M$ , so dass  $g \circ f = \text{id}_M$ .
- 20.\* Beweisen Sie für eine beliebige Menge  $M$ , dass die Menge der Teilmengen von  $M$  gleichmächtig zur Menge  $\{0, 1\}^M$  ist.