Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann WS 2010/11

Präsenzübungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 5 - Woche vom 22.-26.11.2010

13. Es sei $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ eine Abbildung mit der Eigenschaft

$$f(n+1) \geq f(n) + 1$$

für alle natürlichen Zahlen n Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$f(n) \geq n.$$

14. Wo liegt der Fehler in folgendem Induktionsbeweis, dass in einer beliebigen nichtleeren endlichen Menge von Pferden alle die gleiche Fellfarbe haben?

„Es sei n die Anzahl der Pferde in unserer Menge. Da nur nichtleere Mengen betrachtet werden, beginnen wir die Induktion bei $n = 1$. In diesem Fall ist die Behautung offenbar richtig.

Angenommen, die Behauptung gilt für alle Mengen von n Pferden. Nun betrachten wir eine Menge von $n+1$ Pferden. Nehmen wir ein Pferd heraus, so verbleibt eine Menge von n Pferden, die nach Induktionsvoraussetzung alle die gleiche Farbe haben. Nur über ein Pferd können wir noch nichts sagen. Nehmen wir statt dessen aber ein anderes Pferd heraus, so haben wieder die übrigen n Pferde die gleiche Farbe, also auch das Pferd, bei dem wir uns noch nicht sicher waren. Somit haben in unserer Menge von $n + 1$ Pferden alle die gleiche Farbe.“

15. Die Rommékarten entsprechen den Elementen des Kreuzproduktes

$$\{\diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\} \times \{2, \dots, 10, \mathrm{B}, \mathrm{D}, \mathrm{K}, \mathrm{A}\}.$$

Wir ordnen die Farben und die Werte in der angegebenen Reihenfolge, also $\diamondsuit \preceq \heartsuit, \dots, K \leq A$.

Zählen Sie die Karten in ihrer lexikographischen Ordnung auf.

Was ändert sich an dieser Ordnung, wenn wir statt dessen das Kreuzprodukt

$$\{2, \dots, 10, \mathrm{B}, \mathrm{D}, \mathrm{K}, \mathrm{A}\} \times \{\diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$$

betrachten?