

Übungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 12 - Abgabe bis 22.1.2009

56. Es seien a , b und c ganze Zahlen. Beweisen Sie folgende Aussagen.
- (a) Ist $a \mid b$ und $b \mid c$, so gilt $a \mid c$.
 - (b) Ist $a \mid b$ und $b \mid a$, so gilt $a = b$ oder $a = -b$.
 - (c) Ist $ac \mid bc$ und $c \neq 0$, so gilt $a \mid b$.
57. Berechnen Sie $\text{ggT}(949, 559)$ und $\text{ggT}(3801, 1113)$.
58. Finden Sie jeweils eine Lösung der folgenden Gleichungen oder begründen Sie, warum es keine Lösung gibt.
- (a) $949x + 559y = 26$
 - (b) $949x + 559y = 29$
 - (c) $3801x + 1113y = 105$
59. In der Folge der Fibonaccizahlen $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ ist jedes Glied gleich der Summe der beiden vorangehenden Glieder. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass je zwei aufeinanderfolgende Fibonaccizahlen teilerfremd sind.
- 60.* Zeigen Sie, dass es für jede natürliche Zahl n zwei natürliche Zahlen a und b gibt, so dass genau n Divisionen notwendig sind, um mit dem Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler von a und b zu bestimmen.