

Übungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 9 - Abgabe bis 18.12.2008

41. Dividieren Sie schriftlich mit Rest im Dualsystem 1011010011101001 durch 10100111010.
42. Beweisen Sie durch vollständige Induktion nach n , dass für alle natürlichen Zahlen l und $m \leq n$ gilt

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{l} = \binom{n+1}{l+1} - \binom{m}{l+1}.$$

43. Beweisen Sie, dass für beliebige natürliche Zahlen n und $a \geq b$ gilt

$$a^n - b^n = (a - b) \sum_{i=1}^n a^{n-i} b^{i-1}.$$

Benutzen Sie dabei durchgängig das Summenzeichen.
Hinweis: Formen Sie die rechte Seite um.

44. Beweisen Sie mit Hilfe der Rechengesetze für die Addition und Multiplikation, dass für alle ganzen Zahlen a , b und c gilt

$$(a - b) + c = a - (b - c), \quad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

- 45.* Es seien a , b , m und n natürliche Zahlen. Zeigen Sie:

$$\text{Wenn } m \mid n, \text{ dann } a^m - b^m \mid a^n - b^n.$$