

Erste Klausur „Zählen und Zahlbereiche“

Jede Aufgabe wird mit 6 Punkten bewertet.

Aufgabe 1

Es seien $f : M \rightarrow N$ und $g : L \rightarrow M$ Abbildungen. Beweisen Sie:

- (a) Wenn f und g surjektiv sind, dann ist $f \circ g$ surjektiv.
- (b) Wenn f nicht surjektiv ist, dann ist $f \circ g$ nicht surjektiv.

Aufgabe 2

Formulieren Sie das Kommutativgesetz der Addition und die drei Assoziativgesetze der Subtraktion ganzer Zahlen.

Beweisen Sie nur mit Hilfe dieser Rechengesetze, dass für alle ganzen Zahlen a , b , c und d gilt:

$$(a - b) + (c - d) = (a + c) - (b + d).$$

Aufgabe 3

- (a) Finden Sie den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen 391 und 323 mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.

Finden Sie für die folgenden Gleichungen jeweils eine ganzzahlige Lösung oder begründen Sie, warum es keine solche Lösung gibt.

- (b) $391x + 323y = 133$
- (c) $391x + 323y = 119$

Aufgabe 4

- (a) In einer Dreierwette beim Pferderennen muss man die ersten drei Pferde in der richtigen Reihenfolge des Zieleinlaufes erraten. Wieviele Tippmöglichkeiten gibt es, wenn elf Pferde am Start sind?
- (b) Vier Kandidaten bewerben sich um den Vorsitz in einem Gremium. Jedes der fünfzehn Mitglieder des Gremiums muss in geheimer Wahl seine Stimme genau einem Kandidaten geben. Wieviele verschiedene Abstimmungsergebnisse sind theoretisch möglich?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.