

Präsenzübungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 4 - Woche vom 17.-21.11.2008

10. Es sei $s : N \rightarrow N$ eine Nachfolgerabbildung mit dem Anfangselement a . Weiter sei $* \notin N$. Wir definieren eine Abbildung f von $N \cup \{*\}$ in sich selbst durch die Festlegung

$$f(*) = a, \quad f(x) = s(x) \quad \text{für alle } x \in N.$$

Prüfen Sie nach, dass f eine Nachfolgerabbildung ist.

11. Wo liegt der Fehler in folgendem Induktionsbeweis, dass in einer beliebigen nichtleeren endlichen Menge von Pferden alle die gleiche Fellfarbe haben?

„Es sei n die Anzahl der Pferde in unserer Menge. Da nur nichtleere Mengen betrachtet werden, beginnen wir die Induktion bei $n = 1$. In diesem Fall ist die Behauptung offenbar richtig.

Angenommen, die Behauptung gilt für alle Mengen von n Pferden. Nun betrachten wir eine Menge von $n + 1$ Pferden. Nehmen wir ein Pferd heraus, so verbleibt eine Menge von n Pferden, die nach Induktionsvoraussetzung alle die gleiche Farbe haben. Nur über ein Pferd können wir noch nichts sagen. Nehmen wir statt dessen aber ein anderes Pferd heraus, so haben wieder die übrigen n Pferde die gleiche Farbe, also auch das Pferd, bei dem wir uns noch nicht sicher waren. Somit haben in unserer Menge von $n + 1$ Pferden alle die gleiche Farbe.“

12. Zählen Sie alle Teilmengen der Mächtigkeit 3 in der Menge $\{a, b, c, d, e\}$ auf. Wie groß ist $\binom{5}{3}$? Zählen Sie alle Teilmengen der Mächtigkeit 4 in der Menge $\{a, b, c, d, e, f\}$ auf, die das Element f enthalten.