Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann WS 2008/09

Präsenzübungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 6 - Woche vom 1.-5.12.2008

16. Beweisen Sie, dass für beliebige natürliche Zahlen l, m und n mit der Eigenschaft $l \geq m + n$ gilt

$$(l - m) - n = l - (m + n).$$

Hinweis: Beachten Sie, dass es eine natürliche Zahl k gibt, so dass

$$l = k + m + n.$$

17. Wir halten eine natürliche Zahl $n \neq 0$ fest. Die Abbildung f der Menge $M = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n-1\}$ in sich selbst sei wie folgt gegeben:

$$f(m) = m + 1, \quad \text{falls } m < n - 1, \qquad f(n-1) = 0.$$

Wir definieren eine Abbildung $r : \mathbf{N} \to M$ rekursiv durch die Vorschrift

$$r(0) = 0, \qquad r(m+1) = f(r(m)) \quad \text{für alle } m.$$

Was hat das mit einem Abzählreim zu tun?
Was hat das mit der Division von m durch n zu tun?

18. Ist eine natürliche Zahl a gegeben, so können wir eine Folge x_0, x_1, x_2, ... rekursiv durch folgende Festlegung definieren.

Es sei $x_0 = a$.
Ist x_n gerade, so setzen wir $x_{n+1} = x_n : 2$.
Ist x_n ungerade, so setzen wir $x_{n+1} = 3 \cdot x_n + 1$.

Berechnen Sie die Folgeglieder für verschiedene Startwerte a, bis Sie auf ein Glied treffen, das gleich 1 ist.