

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Blatt 1 - Abgabe bis 26.10.2006, 12 Uhr

1. Es seien a , b und c ganze Zahlen. Beweisen Sie folgende Aussagen.
 - (a) Ist $a \mid b$ und $b \mid c$, so gilt $a \mid c$.
 - (b) Ist $a \mid b$ und $b \mid a$, so gilt $a = b$ oder $a = -b$.
 - (c) Ist $ac \mid bc$, so gilt $a \mid b$.
2. Es seien a , b ganze Zahlen sowie m und n natürliche Zahlen. Man zeige: Ist $n = km$ und k ungerade, so gilt $a^m + b^m \mid a^n + b^n$.
3. Stellen Sie die Zahlen 608 und 25 im heptadischen Ziffersystem (also mit der Grundzahl 7) dar. Schreiben Sie das kleine Einmaleins in diesem System auf und berechnen Sie damit das Produkt der beiden gegebenen Zahlen. Machen Sie die Probe, indem Sie das Produkt wieder ins Dezimalsystem umwandeln.
4. Berechnen Sie die Ziffern der Zahl in der rechten unteren Ecke des kleinen Einmaleins für das Ziffersystem mit beliebiger Grundzahl $g > 1$.
- 5.* Ein Wärter trifft mit den Gefangenen das *gentlemen's agreement*, dass sie während des folgenden Experiments in ihren Zellen verbleiben, die fortlaufend mit 1, 2, 3, ... nummeriert sind. Am ersten Tag dreht er den Schlüssel in jeder Tür, so dass alle Türen unverschlossen sind. Am zweiten Tag dreht er den Schlüssel in jeder zweiten Tür, so dass nur noch die Türen mit ungeraden Nummern unverschlossen sind, usw., also am k ten Tag in jeder k ten Tür, wobei jeweils ein offenes Schloss verschlossen und ein verschlossenes geöffnet wird. Die Gefangenen, deren Türen nach Abschluss des Experiments unverschlossen sind, dürfen gehen. Welche sind das?

Jede Aufgabe wird mit 6 Punkten bewertet.
Für Aufgaben mit * gibt es Zusatzpunkte.