

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Blatt 11 - Abgabe bis 18.1.2007

52. Finden Sie eine natürliche Zahl, die eine Primitivwurzel sowohl modulo 5 als auch modulo 7 als auch modulo 17 ist. Zeigen Sie allgemein, dass es zu endlich vielen gegebenen Primzahlen stets eine gemeinsame Primitivwurzel gibt.

53. In welchen Ziffernsystemen hat $\frac{1}{13}$ die Periodenlänge 12?

54. Berechnen Sie

$$1,2\overline{567} + 9,7\overline{9}.$$

Geben Sie das Ergebnis wieder als periodischen Dezimalbruch an.

55. Finden Sie die Ziffernfolge von $\frac{9}{5}$ im Ziffernsystem mit der Grundzahl 7 und im Ziffernsystem mit der Grundzahl 12.

56.* Es sei $a > 1$ eine natürliche Zahl. Beweisen Sie folgende Aussagen.

- (a) Die Zahlen $a^{2^k} + 1$ für $k \in \mathbb{N}$ sind paarweise teilerfremd oder haben den größten gemeinsamen Teiler 2.
- (b) Eine Primzahl p ist genau dann Teiler von $a^{2^k} + 1$, wenn $\text{ord}_p(a) = 2^{k+1}$ ist.
- (c) Es gibt unendlich viele Primzahlen p , so dass $\text{ord}_p(a)$ eine Zweierpotenz ist.