

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Blatt 2 - Abgabe bis 2.11.2006

6. (a) Berechnen Sie $\text{ggT}(949, 559)$ und $\text{ggT}(3801, 1113)$.
(b) Finden Sie x und y , so dass $949x + 559y = 26$.
(c) Finden Sie x und y , so dass $3801x + 1113y = 105$.
7. In der Folge der Fibonaccizahlen $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ ist jedes Glied gleich der Summe der beiden vorangehenden Gleider. Zeigen Sie, dass je zwei aufeinanderfolgende Fibonaccizahlen teilerfremd sind.
8. Zeigen Sie, dass für positive natürliche Zahlen a, b und c gilt
- $$\text{ggT}(a, b, c) = \text{ggT}(\text{ggT}(a, b), c).$$
9. Es sei n eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie (gegebenenfalls mit Fallunterscheidung) die Zahlen $\text{ggT}(n, n+5)$, $\text{ggT}(n, 2n+1)$ und $\text{ggT}(2n+1, 2n^2+1)$.
- 10.* Es seien a und n natürliche Zahlen. Beweisen Sie:
- (a) Ist a gerade, so sind $a^{2n} + 1$ und $a + 1$ teilerfremd.
(b) Ist a ungerade, so sind $\frac{a^{2n}+1}{2}$ und $\frac{a+1}{2}$ teilerfremd.