

## Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

### Blatt 5 - Abgabe bis 23.11.2006

21. Geben Sie alle Restklassen modulo 91 an, die Lösungen der folgenden linearen Kongruenzen sind:

$$42x \equiv 21 \pmod{91}, \quad 42x \equiv 20 \pmod{91}, \quad 41x \equiv 21 \pmod{91}.$$

22. Stellen Sie die Multiplikationstabellen für Restklassen modulo 6 und für Restklassen modulo 7 auf. Finden Sie jeweils die „quadratischen Reste“ (d. h. die quadratischen Restklassen).

23. Ein Text wurde nach folgender Tabelle in eine Folge von Restklassen modulo 41 umgewandelt:

0	1	...	A	...	Z	Ä	Ö	Ü	.	
0	1	...	10	...	35	36	37	38	39	40

Danach wurde jeweils der Restklasse  $[x]_{41}$  die Restklasse  $[y]_{41}$  mit der Eigenschaft

$$y \equiv 7 - 8x \pmod{41}$$

zugeordnet und diese schließlich wieder in einen Buchstaben umgewandelt. Dabei ergab sich folgender Text, den Sie entschlüsseln sollen:

**Q9TFIÖAK32TIÖ3I1SRTRTLFQIÖF1ITLIF3KZSN**

24. Zeigen Sie für ganze Zahlen  $a$  und  $b$ : Ist  $3 \mid a^2 + b^2$ , so ist  $3 \mid a$  und  $3 \mid b$ .
- 25.\* Ein Stein liegt auf einem Feld eines  $n \times n$ -Schachbretts. Folgende Züge sind erlaubt:

1. Verschiebung um ein Feld nach oben,
2. Verschiebung um ein Feld nach rechts,
3. Verschiebung auf das links unten anstoßende Feld.

Zeigen Sie, dass es unmöglich ist, den Stein nach diesen Regeln so zu ziehen, dass er nacheinander alle Felder besucht und seine Wanderung auf dem rechten Nachbarfeld des Ausgangsfeldes beendet.

(Hinweis: Man nehme an, eine Wanderung sei möglich mit  $x$  Zügen der ersten Art,  $y$  Zügen der zweiten Art und  $z$  Zügen der dritten Art, und finde einen Widerspruch.)