

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Blatt 8 - Abgabe bis 14.12.2006

36. Finden Sie den Rest von 2^{1024} bei Division durch 7
und den Rest von 5^{3497} bei Division durch 19.
37. Finden Sie das Inverse
- (a) von $[5]_{11}$ in $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$,
 - (b) von $[8]_{15}$ in $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$,
 - (c) von $[25]_{43}$ in $\mathbb{Z}/43\mathbb{Z}$,
 - (d) von $[123]_{257}$ in $\mathbb{Z}/257\mathbb{Z}$.
38. Zeigen Sie, dass für eine beliebige ganze Zahl n die Zahl $n^7 - n$ durch 2, 3
und 7, also auch durch 42 teilbar ist.
39. Zeigen Sie, dass für jede zusammengesetzte natürliche Zahl $m \neq 4$ gilt

$$(m - 1)! \equiv 0 \pmod{m}.$$

Folgern Sie, dass die Umkehrung des Satzes von Wilson gilt.

- 40.* Es sei $f(x)$ ein Polynom mit natürlichen Zahlen als Koeffizienten und p eine
Primzahl. Zeigen Sie, dass für alle ganzen Zahlen a gilt

$$a^{f(p)} \equiv a^{f(1)} \pmod{p}.$$