

## Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

### Blatt 9 - Abgabe bis 21.12.2006

42. Berechnen sie  $\varphi(175)$ ,  $\varphi(270)$  und  $\varphi(396)$ .
43. Finden Sie den Rest bei der Division von  $6^{1336}$  durch 15 und den Rest bei der Division von  $45^{8342}$  durch 77.
44. Zeigen Sie, dass für alle positiven natürlichen Zahlen  $m$  und  $n$  gilt

$$\varphi(mn) \geq \varphi(m)\varphi(n)$$

und dass hier genau dann Gleichheit eintritt, wenn  $m$  und  $n$  teilerfremd sind. (Betrachten sie zunächst den Fall, dass  $m$  und  $n$  Potenzen der selben Primzahl sind.)

45. Eine Folge von Restklassen modulo 221 wurde zur RSA-Verschlüsselung in die elfte Potenz erhoben. Finden Sie einen Entschlüsselungsexponenten.
- 46.\* Die Zahl  $m = 52\,092\,259$  ist das Produkt von zwei Primzahlen, und es gilt  $\varphi(m) = 52\,077\,816$ . Finden Sie die beiden Primfaktoren von  $m$ .