

## Aufgabe 1

Werden die Schilder so gelesen, dass sich jedes Zusatzzeichen ausschließlich auf das direkt darüber platzierte Zeichen bezieht, bedeuten sie folgendes<sup>1</sup>:

- (a) "Zufahrt verboten für alle Fahrzeuge außer Bussen. Davon ausgenommen sind Taxen. Von dieser Ausnahme ausgenommen sind Elektrofahrzeuge." In anderen Worten: Hier dürfen nur (beliebige) Busse sowie Taxen mit Verbrennermotoren fahren. Beabsichtigt ist mit dem Schild natürlich, dass sowohl Taxen als auch Elektroautos hier fahren dürfen.
- (b) "Links von hier ist das Parken verboten in den Zeiträumen Mo-Fr von 6-18h. Von dieser Zeiteinschränkung sind Bewohner ausgenommen." In anderen Worten: Bewohner dürfen hier nie parken, andere Autos nur außerhalb dieser Zeiten. Beabsichtigt ist natürlich: Mo-Fr von 6-18h dürfen hier nur Bewohner parken, außerhalb dieser Zeiten alle.
- (c) "Hier gilt (immer) Tempo 60 für LKWs. Diese Regelung besteht zwischen 22-6h aus Lärmschutzgründen." Beabsichtigt ist natürlich, dass aus Lärmschutzgründen nur zwischen 22 und 6h Tempo 60 für LKWs gilt.
- (d) "Hier gilt Tempo 50. Zwischen 19-23h besteht diese Regelung, um Kröten zu schützen". Alternativ: "Hier gilt Tempo 50, aber zwischen 19-23h nur für Kröten." (Das heißt, außerhalb dieser Zeiten ist Tempo 50 für alle, zwischen 19-23h dürfen alle Fahrzeuge außer Kröten schneller fahren.) Beabsichtigt ist natürlich eine Geschwindigkeitsbegrenzung ausschließlich zwischen 19-23h, da zu diesen Zeiten Krötenwanderungen stattfinden.

Für eine weitere Ausführung solcher Spitzfindigkeiten (und die Quelle des Beispiels und von (a)-(c)), siehe <http://www.vzkat.de/2018/Elektrofahrzeuge/Elektrofahrzeuge-Ladestationen.htm>.

## Aufgabe 2

Wir geben symbolische Beweise. Die Nummern über den Äquivalenzpfeilen beziehen sich auf die Nummerierung im Skript:

(a)

$$\begin{aligned} (A \vee B) \Rightarrow C &\stackrel{1.8}{\iff} ((\neg(A \vee B)) \vee C) \\ &\stackrel{1.10(7)}{\iff} (((\neg A) \wedge (\neg B)) \vee C) \\ &\stackrel{1.10(8)}{\iff} (((\neg A) \vee C) \wedge ((\neg B) \vee C)) \\ &\stackrel{1.8}{\iff} ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)). \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} (A \Rightarrow (B \vee C)) &\stackrel{1.8}{\iff} ((\neg A) \vee (B \vee C)) \\ &\stackrel{1.10(1)}{\iff} (((\neg A) \vee B) \vee C) \\ &\stackrel{1.10(7)}{\iff} (\neg(A \wedge (\neg B))) \vee C \\ &\stackrel{1.8}{\iff} ((A \wedge (\neg B)) \Rightarrow C). \end{aligned}$$

## Aufgabe 3

Wir geben eine mögliche Aussage für jede Wahrheitstabelle. Es gibt selbstverständlich viele weitere Möglichkeiten:

<sup>1</sup>Dies ist keine Rechtsberatung, bitte fahrt vernünftig

<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \wedge (\neg A)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	f	f	f	f	$A \wedge (\neg A)$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>(\neg A) \wedge (\neg B)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	f	f	f	w	$(\neg A) \wedge (\neg B)$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \wedge (\neg B)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	f	f	w	f	$A \wedge (\neg B)$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>\neg B</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	f	f	w	w	$\neg B$		
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	f																																																	
f	f	f																																																	
$A \wedge (\neg A)$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	f																																																	
f	f	w																																																	
$(\neg A) \wedge (\neg B)$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	f																																																	
f	w	f																																																	
$A \wedge (\neg B)$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	f																																																	
f	w	w																																																	
$\neg B$																																																			
<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>B \wedge (\neg A)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	w	f	f	f	$B \wedge (\neg A)$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>\neg A</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	w	f	f	w	$\neg A$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>(A \wedge (\neg B)) \vee ((\neg A) \wedge B)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	w	f	w	f	$(A \wedge (\neg B)) \vee ((\neg A) \wedge B)$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>(\neg A) \vee (\neg B)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	f	w	f	w	w	$(\neg A) \vee (\neg B)$		
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	w																																																	
f	f	f																																																	
$B \wedge (\neg A)$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	w																																																	
f	f	w																																																	
$\neg A$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	w																																																	
f	w	f																																																	
$(A \wedge (\neg B)) \vee ((\neg A) \wedge B)$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	f	w																																																	
f	w	w																																																	
$(\neg A) \vee (\neg B)$																																																			
<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \wedge B</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	f	f	f	f	$A \wedge B$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	f	f	f	w	$(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	f	f	w	f	$A$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \vee (\neg B)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	f	f	w	w	$A \vee (\neg B)$		
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	f																																																	
f	f	f																																																	
$A \wedge B$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	f																																																	
f	f	w																																																	
$(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	f																																																	
f	w	f																																																	
$A$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	f																																																	
f	w	w																																																	
$A \vee (\neg B)$																																																			
<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>B</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	w	f	f	f	$B$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>(\neg A) \vee B</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	w	f	f	w	$(\neg A) \vee B$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \vee B</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	w	f	w	f	$A \vee B$			<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>B \setminus A</math></td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">f</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">f</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td><td style="padding: 2px 5px;">w</td></tr> <tr><td colspan="3" style="text-align: center; padding: 2px 5px;"><math>A \vee (\neg A)</math></td></tr> </table>	$B \setminus A$	w	f	w	w	w	f	w	w	$A \vee (\neg A)$		
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	w																																																	
f	f	f																																																	
$B$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	w																																																	
f	f	w																																																	
$(\neg A) \vee B$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	w																																																	
f	w	f																																																	
$A \vee B$																																																			
$B \setminus A$	w	f																																																	
w	w	w																																																	
f	w	w																																																	
$A \vee (\neg A)$																																																			

#### Aufgabe 4

(a) Die Wahrheitstabelle für  $A \bar{\vee} B$  ist

$B \setminus A$	w	f
w	f	f
f	f	w

(b)

$$A \bar{\vee} A \Leftrightarrow \neg(A \vee A) \Leftrightarrow \neg(A).$$

Die zweite Äquivalenz muss allerdings bewiesen werden! Symbolisch folgt sie zum Beispiel als Negation der folgenden Äquivalenz:

$$A \stackrel{1.10(3)}{\Leftrightarrow} (A \vee f) \stackrel{1.10(6)}{\Leftrightarrow} (A \vee (A \wedge (\neg A))) \stackrel{1.10(8)}{\Leftrightarrow} ((A \vee A) \wedge (A \vee (\neg A))) \stackrel{1.10(6)}{\Leftrightarrow} (A \vee A) \wedge f \stackrel{1.10(3)}{\Leftrightarrow} (A \vee A).$$

Einfacher wäre hier ein Vergleich der Wahrheitstafeln, die sowohl für  $\neg A$  als auch für  $A \bar{\vee} A$  die Form

$A$	w	f
	f	w

haben.

(c)

$$((A \bar{\vee} B) \bar{\vee} (A \bar{\vee} B)) \stackrel{(b)}{\Leftrightarrow} \neg(A \bar{\vee} B) \Leftrightarrow \neg(\neg(A \vee B)) \stackrel{1.10(5)}{\Leftrightarrow} (A \vee B)$$

(d) Hier ist eine Möglichkeit:

$$(A \wedge B) \stackrel{1.10(5)}{\Leftrightarrow} \neg(\neg(A \wedge B)) \stackrel{1.10(7)}{\Leftrightarrow} \neg((\neg A) \vee (\neg B)) \Leftrightarrow ((\neg A) \bar{\vee} (\neg B)) \stackrel{(b)}{\Leftrightarrow} ((A \bar{\vee} A) \bar{\vee} (B \bar{\vee} B)).$$