

# LAP 3: Gruppen und ihre Darstellungen

Sommersemester 2025

## Übungsblatt 10

- (37) Betrachten Sie die Konjugationsklassen der symmetrischen Gruppe  $S_n$  und zeigen Sie, dass eine Konjugationsklasse mit  $k_1$  1-Zyklen,  $k_2$  2-Zyklen,  $\dots$ ,  $k_n$   $n$ -Zyklen genau

$$r = \frac{n!}{\prod_{j=1}^n j^{k_j} k_j!}$$

Elemente besitzt. Erinnerung: Alle Elemente einer Konjugationsklasse von  $S_n$  haben gleiche Zyklenstruktur, d.h. die Länge der Zyklen eines Elementes bleibt unter Konjugation unverändert (siehe LAP).

**(2 Punkte)**

- (38) Ein Young-Tableau ist eine Sammlung einer endlichen Anzahl von Zellen (meist symbolisiert durch Quadrate), die von oben nach unten und linksbündig so angeordnet sind, dass deren Anzahl in jeder neuen Zeile nicht zunimmt.

(a) Bestimmen (und zeichnen) Sie alle Young-Tableaux mit 1, 2, 3, 4, 5 und 6 Zellen. Wie kann man aus einem Tableau mit  $n - 1$  Elementen ein neues Tableau mit  $n$  Elementen bilden? Kann man dadurch die Tableaux (teilweise) anordnen? Wie?

(b) Ermitteln Sie die Anzahl der Young-Tableaux mit genau  $n$  Zellen.

**(4 Punkte)**

Abgabe bis Montag, 16.6. 2025, 12 Uhr, beim Tutor (Postfach Nr. 34)!