

Elementare Zahlentheorie

Präsenzübung am 11. November

Aufgabe 1. (Sieb des Eratosthenes) Notieren Sie, gedanklich, die natürlichen Zahlen größer oder gleich 2, in der Praxis notieren Sie, sagen wir die ersten 30. Unterstreichen Sie nun die 2 und durchstreichen Sie alle Vielfache von 2. Unterstreichen Sie nun die erste ungestrichene Zahl und durchstreichen Sie alle ihre Vielfache. Wiederholen Sie diese Prozedur beliebig oft. Jedesmal wenn Sie eine Zahl unterstreichen, nennen wir sie p , so ist p eine Primzahl. Begründen Sie dies.

Aufgabe 2. Beweisen Sie direkt (d.h. ohne den Satz von Dirichlet zu verwenden): Es gibt unendlich viele Primzahlen der Form $6k + 5$, $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3. Beweisen Sie, daß für Pythagoräische Tripel (a_1, b_1, c_1) und (a_2, b_2, c_2) auch $(a_1a_2 - b_1b_2, a_1b_2 + b_1a_2, c_1c_2)$ ein Pythagoräisches Tripel (aus nicht notwendigerweise positiven Zahlen) ist.

Aufgabe 4. Finden Sie alle Lösungen der folgenden diophantischen Gleichungen.

- (a) $2x+y=2$
- (b) $3x+4y=1$
- (c) $15x+16y=17$
- (d) $15x+18y=99$