

Elementare Zahlentheorie

Präsenzübung am 18. November

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Die Einsfunktion $e(a) := 1$ und die Nullfunktion $O(a) := 0$, für $a \in \mathbb{N}$, sind die einzigen konstanten multiplikativen Funktionen $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie $\varphi(n)$ für $n = 10, 100, 1000, 37, 242$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie: Ist p eine Primzahl mit $p \mid n$, so gilt $(p-1) \mid \varphi(n)$.

Aufgabe 4. a) Erstellen Sie die Additions- und die Multiplikationstabelle (**kleines Einmaleins**) der 4-adischen Ziffern. Bestimmen Sie die 4-adische Darstellung der im Dezimalsystem durch 420 repräsentierten natürlichen Zahl.

b) Bestimmen Sie die 5-adische Darstellung von 420 direkt aus Ihrer 4-adischen Darstellung (also durch fortgesetzte Division mit Rest durch $(11)_4 = 5$ im 4-adischen Zahlensystem).

c) Zur Kontrolle von b) wandeln Sie 420 vom Dezimalsystem ins 5-adische Zahlensystem um.

d) Berechnen Sie $(2222)_3 \cdot (2222)_3$ im 3-adischen Zahlensystem.