

# Elementare Zahlentheorie

## Präsenzübung 13 am 27. Januar 2011

**Aufgabe 1.** Wieviele Quadrate gibt es in  $\mathbb{Z}_n$  für  $n = 2, 3, 5, 19, 97$ ?

**Aufgabe 2.** (a) Man bestimme, ob  $-1$  und  $2$  Quadrate modulo  $2129$  sind.  
(b) Man bestimme, ob  $-1$  und  $2$  quadratische Reste modulo  $2131$  sind.

**Aufgabe 3.** Man berechne die Werte der folgenden Legendre-Symbole:

$$\left(\frac{26}{41}\right), \left(\frac{125}{1009}\right), \left(\frac{225}{3769}\right), \left(\frac{6557}{7919}\right)$$

**Aufgabe 4.** Bestimme in  $\mathbb{Z}_{23}$  "ohne zu potenzieren"

$$2^{11}, 3^{11}, 4^{11}, 5^{11}, 21^{11}, 22^{11}$$

**Aufgabe 5.** (a) Gesucht ist die kleinste Primzahl  $q > 3$ , sodass  $3$  ein quadratischer Rest modulo  $q$ , aber  $q$  kein quadratischer Rest modulo  $3$  ist.

(b) Sei  $p$  eine ungerade Primzahl. Ist  $g$  eine Primitivwurzel modulo  $p$ , so ist

$$\left(\frac{g}{p}\right) = -1$$